Méthodes de démonstrations spécifiques

Toute fonction est somme de deux autres paire et impaire

On le fait par analyse-synthèse.

Analyse :

Il faut supposer l'existence de la décomposition : $f = f_i + f_p$

Ensuite on prend $f(-x)$ et on combine les deux lignes pour isoler f_i et f_p

Synthèse :

On teste si l'expression de f_i et f_p trouvé si dessus donne biens des fonction paires et impaires et que les deux fonctions s'additionnent à f

Somme d'entiers

Par extension

$$\sum_{k=p}^{q} k = \mathrm{S}_n$$

avec $p \leqslant q$

On "clot" cette somme : $\mathrm{S}_n = p + (p+1) + ... + q + q - 1$ Le truc devient évident si on réécrit la somme dans l'autre sens : $\mathrm{S}_n = q + q - 1 + ... + (p+1) + p$ $2\mathrm{S}_n = (p+q) + (p+q) + ... + (p+q) + (p+q)$ $2\mathrm{S}_n = (q-p+1)(p+q)$ avec $q - p + 1$ le nombre d'entiers entre p et q Ainsi : $\mathrm{S}_n = \frac{(q-p+1)(p+q)}{2}$

Avec changement d'indice

Sommes télescopiques

Linéarité de la somme

$$\sum_{k=1}^{n} (\alpha a_k + \beta b_k)$$

On regarde **l'extension** est ensuite c'est trivial :

$$=$$

$$\alpha (a_1 + ... + a_n) + \beta (b_1 + ... + b_n) = \alpha \sum_{k=1}^{n} \alpha k + \beta \sum \_k = 1^n b_k$$

Doubles sommes

- **"Développer"** la somme en choisissant bien quelle borne on met **"à l'intérieur"**
- On calcule la **1ère** somme en **introduisant** la maintenant variable
- On repasse à **la somme entière**

Factorisation de Bernoulli

Il suffit de développer l'égalité

Inégalité triangulaire

On met au carré et on arrange, ensuite il faut décomposer en partie réelle et imaginaire, au bout d'un moment on semble bloqué mais il faut se rendre compte que la partie de gauche est égale à deux fois la partie réelle.

Voir le PDF
