Primitives

On aura une approche technique du sujet.

Théorème fondamental du calcul intégral

Soient $f \in \mathcal{C}(\mathrm{I},\mathbb{C})$ et $(a,b) \in \mathrm{I}^2$.

- Alors la fonction $c \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est une primitive de f sur I, souvent noté F.
- Pour toute primitive F de f sur I, $\int_a^b f(t)dt = \int_a^b f = \mathrm{F}]_a^b = \mathrm{F}(b) - \mathrm{F}(a)$.

Primitives usuelles

Ces primitives usuelles sont à connaitre.

Dans ce qui suit, u et v désignent deux fonctions d'une variable réelle x, et c,k deux constantes réelle.

- Si $\alpha \neq -1$, $\displaystyle\int^x t^\alpha \mathrm{d}t = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + c$
- $\displaystyle\int^x \frac{1}{t} \mathrm{d}t = \ln(|x|) + c$
- $\displaystyle\int^x \frac{1}{t+\alpha} \mathrm{d}t = \ln(|x+\alpha|) + c$
- $\displaystyle\int^x e^t \mathrm{d}t = e^x + c$
- Si $\alpha > 0$ et $\alpha \neq 1$, $\displaystyle\int^x \alpha^t \mathrm{d}t = \frac{1}{\ln(\alpha)} \times \alpha^x + c$
- $\displaystyle\int^x \cos(t) \mathrm{d}t = \sin(x) + c$
- $\displaystyle\int^x \sin(t) \mathrm{d}t = -\cos(x) + c$
- Si $\alpha \neq 0$, $\displaystyle\int^x \cos(\alpha t) \mathrm{d}t = \frac{1}{\alpha} \sin(\alpha x) + c$
- Si $\alpha \neq 0$, $\displaystyle\int^x \sin(\alpha t) \mathrm{d}t = \frac{1}{\alpha} \cos(\alpha x) + c$

— $\int^x \frac{1}{\cos^2(t)}\mathrm{d}t = \tan(x) + c$

— $\int^x 1 + \tan^2(t)\mathrm{d}t = \tan(x) + c$

— $\int^x \frac{1}{\sin^2(t)}\mathrm{d}t = -\frac{1}{\tan(x)} + c$

— $\int^x \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t = \arctan(x) + c$

— $\int^x \cosh(t)\mathrm{d}t = \sinh(x) + c$

— $\int^x \sinh(t)\mathrm{d}t = \cosh(x) + c$

— $\int^x \frac{1}{\cosh^2(t)}\mathrm{d}t = \tanh(x) + c$

— $\int^x \frac{1}{\sinh^2(t)}\mathrm{d}t = \frac{1}{\tanh(x)} + c$

Voir les trucs et astuces et méthodes

Voir le PDF